

新型环状谐振径向弹性超材料结构 低频带隙机理研究

李丽霞^{1,2}, 杨继博¹, 吕锐翔¹, 解妙霞^{1,2}

(1. 西安建筑科技大学机电工程学院, 710055, 西安; 2. 西安建筑科技大学力学技术研究院, 710055, 西安)

摘要: 针对具有低频减振带隙的径向弹性超材料结构不易加工,且不能满足工业需求的问题,提出了一种由单一材料构成的新型环状谐振径向弹性超材料结构。相比传统径向弹性超材料结构,这种新型结构由外部八边形以及内部结构通过连接块相连接而构成。有限元计算结果表明,其能带结构图中存在的两个完全带隙与有限周期结构的频响函数曲线中带隙吻合,其中第一带隙位于2 171.9~2 716.9 Hz之间,第二带隙位于4 747.5~9 067.5 Hz之间。通过分析带隙边界处特殊点的本征位移场,可知第一与第二带隙分别是由于内部结构和八边形基体的局域共振所形成。进一步研究了结构参数对带隙位置和带隙宽度的影响,结果表明内部结构半径与连接块宽度参数会影响内部结构的质量以及连接块的等效刚度,进而影响所有带隙的变化,而八边形基体宽度仅对高频带隙影响较大。本研究中径向弹性超材料结构所产生的低频带隙对于工业设备有潜在的应用。

关键词: 径向弹性超材料;局域共振;带隙

中图分类号: TB535 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202011011 **文章编号:** 0253-987X(2020)11-0091-07



OSID 码

Low-Frequency Band Gap Mechanism of Radial Elastic Metamaterial with New Ring Resonance

LI Lixia^{1,2}, YANG Jibo¹, LU Ruixiang¹, XIE Miaoxia^{1,2}

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China;

2. Institute of Mechanics Technology, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: In this paper, theoretical investigation of the new type of ring resonance radial elastic metamaterial plate structure is conducted, which aims at the problem that the radial elastic metamaterial structure with low-frequency vibration damping band gap is not easy to process and cannot meet industrial needs. In contrast to the traditional structure, the proposed new structure is created by an external octagon and an internal structure connected by connecting blocks. Finite element calculation results show that the two complete band gaps in the dispersion relations coincide with the band gap in the transmission spectra of the finite period structure, in which the first band gap is 2 171.9 - 2 716.9 Hz and the second band gap is 4 747.5 - 9 067.5 Hz. By analyzing the intrinsic displacement field of special points at the band gap boundary the formation mechanism of first and second band gap is attributed to the internal structure and local resonance of octagonal matrix. Furthermore, the effects of the geometrical parameters on the band gaps are further explored numerically. Results show that the internal structure radius and connection

block width geometrical parameters will affect the quality of the internal structure and the equivalent rigidity of the connection block, and thus affect all changes in the band gap, while the width of the octagonal matrix only has a large effect on the high frequency band gap. These characteristics of band gap in the proposed radial elastic metamateria can potentially be applied to industrial equipment.

Keywords: radial elastic metamaterial; local resonance; band gap

随着声子晶体理论^[1-2]的发展,具有弹性波带隙的这种人工周期结构已为人们所熟知,目前其带隙机制主要为布拉格机制^[3-6]和局域共振机制^[7-8]。基于布拉格机制的声子晶体,带隙产生的主要原因是周期变化的材料特性与弹性波的相互耦合作用,最低带隙中心频率对应的弹性波波长约为晶格常数的两倍,因此需要极低的波速或大的空间尺寸才能隔离振动^[9]。基于局域共振机制的声子晶体^[10],在弹性波激励下散射体振子产生共振,并且与弹性波相互作用,进而在相同的周期结构尺寸下所得到的带隙相对于布拉格机制低两个数量级,实现了小尺寸控制大波长,以局域共振机制为主的声子晶体也称为声学/弹性超材料结构^[11-13]。

盘类结构广泛应用在工业设备中,如齿轮、车轮等常见的盘状结构,而其振动的传播对盘状结构所在的整个系统有重要的影响。Bouvet 等采用吸振器的方式来降低盘类结构的振动传播,从影响盘类结构振动参数出发,对盘类结构进行优化设计,进而降低振动的产生和传播^[14-15]。但是,这些传统的振动控制方法对于盘类结构的低频振动控制较难。

Torrent 等提出了一类新型的在径向具有几何周期结构的径向声子晶体结构,并验证了声学带隙的存在^[16-17]。Zhu 等设计了一种由单一材料制成的具有互补介质的径向声波导腔结构,能够实现在水底明显降低声波并隐藏物体的目的^[18]。随后,径向声子晶体结构的研究拓展到了振动领域^[19-22]。Li 等提出具有周期性波纹的一维径向声学超材料板,应用有限元法计算振动波在波状径向声子晶体结构的带隙特性,得到了中心频率位于 24 kHz 的带隙^[23]。Shi 等提出了一种基体在径向由有机玻璃和钢交替组成的径向声子晶体盘类结构,得到了低于 6 kHz 的带隙^[24]。An 等从能量法的角度研究了一种广义径向声子晶体结构中弹性波的传播,得到了基于布拉格机制的径向弹性波带隙,带隙中心频率在 16 kHz 左右^[25]。但是,由于上述径向声子晶体结构均基于布拉格机制,所得到的带隙也均为高频带隙,同样对工业应用中盘类零部件的中低频振动

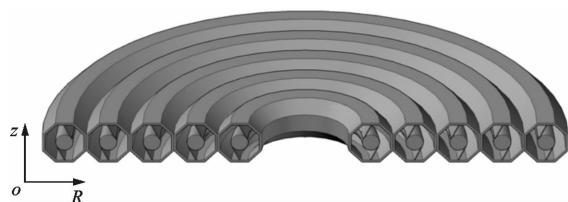
难以有效控制。

Gao 等设计一种在由橡胶和铅交替组成的盘状基体上周期性附加橡胶散射体的径向弹性超材料结构,得到了低于 10 Hz 的带隙^[26]。Li 等设计了一种由铝和环氧树脂交替组成的基板,并且在基板上附加周期性橡胶和钢块的径向弹性超材料结构,得到了低于 500 Hz 的带隙^[27]。虽然上述结构在工程可应用范围内得到了较低的带隙,但是基体结构为两种不同的材料交替排列复合组成,刚度较低且加工困难,难以进行工程应用。

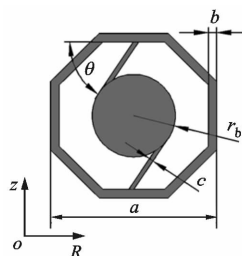
本文提出了一种整体由单一材料组成、易加工制造的新型环状谐振径向弹性超材料盘状结构,探讨了弹性波在结构中的传播特性及带隙机制,并研究了结构参数对带隙的影响。首先,基于柱坐标系建立了径向弹性超材料结构的模型并提出了带隙计算方法,其次研究了径向弹性超材料结构中带隙特性并且分析了带隙产生的物理机制,然后分析了参数的变化对带隙的影响。

1 模型和计算方法

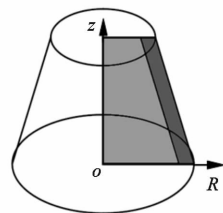
本文提出的径向弹性超材料轮盘结构如图 1 所示。图 1a 是由图 1b 沿着径向周期性排列的单位晶



(a) 径向弹性超材料盘状结构三维模型



(b) 晶格结构



(c) 径向盘状结构形成方式

图 1 径向弹性超材料圆盘

格围绕着 z 轴旋转而成,产生形式如图 1c 所示。其中,构成单位晶格的八边形为正八边形,其对边距离 $a=40$ mm。八边形外壳壁厚 $b=2$ mm,内部环形结构截面圆的半径 $r_b=10$ mm。八边形外壳与内部环形结构通过两个中心对称的连接块相连接,其一端与内部环形结构相切,另一端连接于八边形上边的中心。连接块的宽度 $c=1$ mm,与八边形上边的夹角 $\theta=56^\circ$ 。整体结构的材料为钢,杨氏模量 $E=209$ GPa,泊松比 $\mu_1=0.269$,密度 $\rho=7\ 890$ kg/m³。

由于结构的特殊性,为了从理论上研究带隙特性,采用基于圆柱坐标系下的二维轴对称结构有限元法来计算无限周期能带结构和有限周期频率响应函数。圆柱坐标系下的控制场方程为

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta_i}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial w'_z}{\partial \theta} + 2\mu \frac{\partial w'_\theta}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta_i}{r \partial \theta} - 2\mu \frac{\partial w'_z}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial w'_r}{\partial r} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta_i}{\partial z} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rw'_\theta) + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial w'_r}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: u 、 v 、 w 分别为柱坐标系的位移分量; t 是时间; λ 和 μ 是材料的弹性波常数; r 、 θ 、 z 分别表示柱坐标系中的坐标分量。另外,体应变和旋转分量定义为

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\partial w}{\partial z} \\ w'_r &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ w'_\theta &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \\ w'_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

晶格单元的周期性结构是沿着径向无限的,根据 Bloch 定理,只需要考虑单个晶格单元。利用有限元法,可以在单个晶格边界条件中引入 Bloch 定理,单个晶格的两个边界条件方程为

$$u(r' + r'_a, z) = u(r', z) e^{ik_r r'_a} \quad (3)$$

式中: r' 是径向位置; a 是晶格常数; k_r 是径向上 Bloch 波矢量的分量。通过改变第一布里渊区边界的 k 值,求解特征值问题,可以得到轮盘结构的能带结构图。

对于有限周期结构,需要计算频率响应函数曲线来描述其传输特性。通过在有限周期结构的一端沿径向施加加速度激励,同时在另一端记录所产生的加速度响应,计算频响函数

$$T = 20 \log(a_2/a_1) \quad (4)$$

式中: a_1 代表激励端的加速度激励; a_2 代表拾取端的加速度响应。

2 带隙及机制分析

采用商用有限元软件 COMSOL Multiphysics 5.2 进行有限元计算,得到如图 2a 所示的径向弹性超材料轮盘结构的能带结构,在 $0 \sim 11$ kHz 内有 5 条能带,产生了 2 个完全带隙,第一带隙位于 $2\ 171.9 \sim 2\ 716.9$ Hz 之间,第二带隙位于 $4\ 747.5 \sim 9\ 067.5$ Hz 之间。

为了进一步验证所提出的周期结构产生带隙的正确性,采用商用有限元软件 COMSOL Multiphysics 5.2 分别计算了由 8 个周期和 16 个周期的晶格沿径向组成的有限周期结构的频率响应函数,如图 2b 所示。从图中可以观察到,频率响应函数曲线在 11 kHz 以下存在 2 个衰减量很大的衰减谷,带隙位置与能带图所得到的带隙结果存在较好的一致性,从而验证了能带图计算结果的准确性。

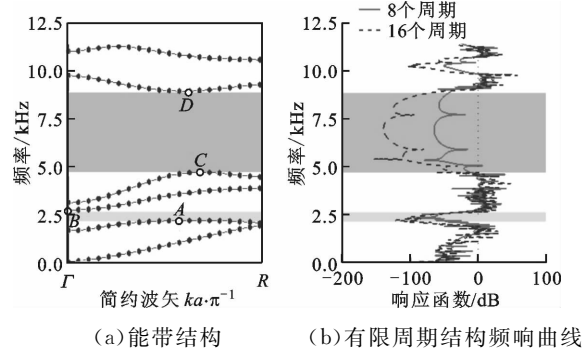


图 2 晶格能带结构和有限周期结构频响曲线

为了探讨带隙的产生机制,分析了能带结构图中完全带隙上下边界处特殊点的本征位移场,结果如图 3 所示。从图中可以观察到,在 A 点时,振动几乎都集中在位于八边形内部中心的圆环形结构中,振动方向与连接块的方向垂直,外部的八边形框架结构几乎静止不动,而在 B 点时内部环形结构振动方向不变,且表现为与外部八边形框架结构的反相振动。这两种局域共振的振动模式分开了原始的能带结构,形成了第一带隙,而振动方向在和连接块垂直的方向是因为在这个方向上连接块的刚度最低。同时,由于第一带隙的形成与结构在 A 点的固有频率相关,而八边形内部结构相当于等效弹簧质量系统,因此其固有频率可以由下式确定

$$f = \sqrt{(K_e/M_e)}/2\pi \quad (5)$$

式中: K_e 为等效弹簧的刚度; M_e 为内部环形结构的等效质量。

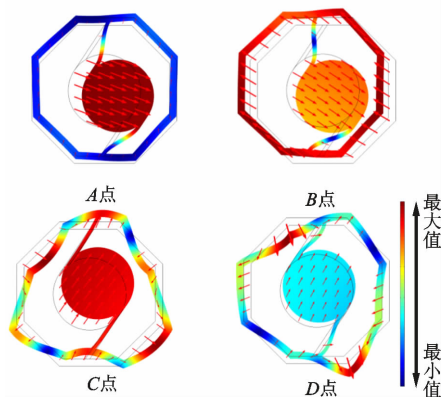


图3 晶格能带图特殊点的本征位移场

从图3中还可以看到:在C点时,内部环形结构与连接块的振动方向沿着连接块自身的方向,此时八边形框架也有自身的振型。这是由于内部环形结构与连接块在连接块的方向上刚度较高,而此时外部八边形框架的刚度相对较低,因此振型表现为内部结构与八边形框架结构的耦合振动;在D点时,由于外部八边形自身的共振,并且通过连接块使得内部环形结构沿着连接块方向有较小的振动。

为了进一步解释第二带隙的产生机制,在结构以及材料参数不变的情况下计算了晶格结构为单一八边形结构的能带结构图,如图4a所示。从图中可以观察到,在11 kHz以下的范围内,第三以及第四能带间产生了第一带隙,位于9 365~10 315 Hz之间。根据周期结构的Bragg散射机理可知,结构的第一带隙中心频率通常位于 $v/2a$ (v 是基体中波的传播速度)附近,即第一带隙对应的弹性波的波长约为结构晶格常数的2倍,本文中所提出的结构其晶格常数 $a=40$ mm,而横波在本文所使用的45钢材中的传播速度 $v=3\,300$ m/s,由此可以计算出轮盘结构的弹性波第一带隙中心频率在Bragg机理下约为41 kHz。单一八边形结构的第一带隙中心频率约为9 500 Hz,与Bragg散射机理下的第一带隙中心频率相差很远,因此单一八边形结构的带隙并不是由结构的Bragg散射机理引起的。

为了探讨单一八边形结构的带隙形成机制,计算了能带结构中的特殊点E与F的本征位移场,如图4b所示。通过观察,发现E点为轴向的振动,最大位移处集中在八边形的上下边。这是由于对于八边形结构来说,径向为周期性排列,因此径向的刚度较大,而轴向的刚度相对较小。在图4中,F点的振

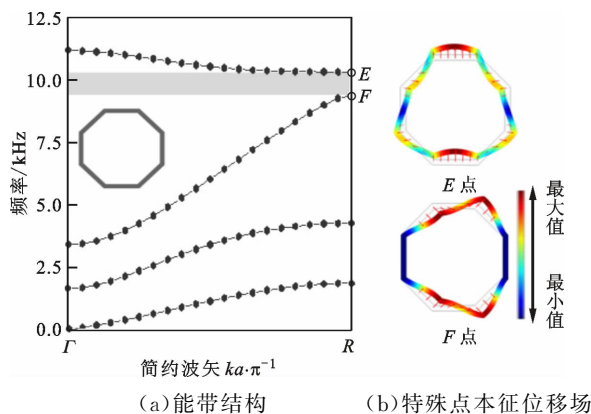


图4 单一八边形能带结构和特殊点本征位移场

型同样表现为轴向,E点和F点的两种固有的振动模式形成了第一带隙。

对于本文所设计的结构,由于在八边形中间加入了连接块及质量较大的环形结构,因此当外部八边形结构以固有振型振动时,内部环形结构和连接块会作为整体一起随着振动。因此,对于本文所提出的结构,其第二带隙是由于八边形结构的振型与内部结构的局域振动耦合形成,因此带隙较低。

3 几何参数对带隙的影响

3.1 半径对带隙的影响

当仅改变内部环形结构的半径 r_b 时,计算结果如图5所示。从图中可以看出,随着半径的增大,第一带隙变化较为缓和。这是因为第一带隙是由于内部环形结构的振动形成,而随着半径增大,连接块的长度逐渐变小,此时虽然内部等效质量增大,但是其等效弹簧的刚度也随着增加,因此第一带隙仅发生了较小的变化。

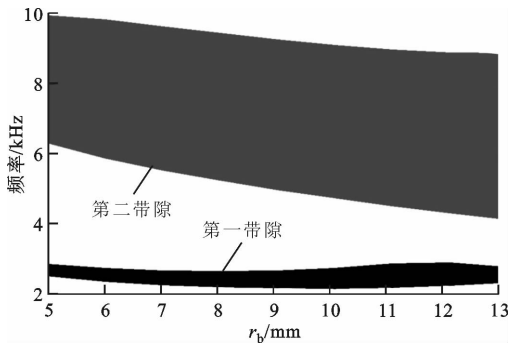


图5 环形结构半径对带隙的影响

第二带隙随着半径的增大整体向低频移动,且起始频率相对于截止频率降低较快,因此使得带隙变宽。这是因为第二带隙是由于八边形结构的振型与内部结构局域共振的耦合作用形成,半径的增大使得内部结构的质量增大,从而使得第二带隙起止

频率均下降。同时,通过观察图 3 中 C 点和 D 点的振型图发现, C 点振型图中的内部环形结构相对于外部八边形结构的振动量要比 D 点中内部环形结构相对于外部八边形结构的振动量大,因此半径对于第二带隙起始频率的影响较大,从而使得第二带隙带宽增加。

3.2 正八边形边的厚度对带隙的影响

正八边形边的厚度 b 对带隙的影响如图 6 所示。从图中可以观察到,当厚度较小($<1.6\text{ mm}$)时,在 2 kHz 以下产生了一个新的低频带隙,但是宽度较窄。图 7 为 $b=1.2\text{ mm}$ 时的能带结构及特殊点 I 、 J 处的本征位移场。从图中可以看出: I 点位于第一能带,外部八边形呈现扭转振动,而此时内部结构由于受外部八边形扭转振动的影响,有微小的扭转振动;位于第二能带的 J 点,振型表现为内部结构沿着垂直于连接块的方向振动,由于受到内部结构振动的影响,外部八边形有较小的振动。此时,新的带隙是由于外部八边形壁厚较薄时自身刚度降低较多,特别是扭转刚度使得 I 点位置下降,因此在第一与第二能带之间打开了新的带隙。

从图 6 中还可以看出,随着 b 的增加,第二带隙整体上变化较小,而第三带隙迅速向高频移动。这是因为第二带隙的产生是由八边形内部的环形结构振子形成,与外部八边形关系较小,因此第二带隙变化较小,而第三带隙是由外部八边形自身的振型与局域共振耦合形成,因此随着八边形壁厚的增加,刚度迅速增加,使得第三带隙迅速向高频移动。

3.3 连接块宽度对带隙的影响

本文最后研究了连接块宽度 c 对带隙的影响,结果如图 8 所示。从图中可以观察到,随着连接块宽度的增大,第一带隙向高频处移动。这是因为随着连接块宽度的增加,局域共振结构的等效刚度增加,因此起始带隙均向高频处移动。同时,从图中还可以看出,当 $c\geq 1.6\text{ mm}$ 时出现了新的带隙,为了进一步分析其产生的机理,计算了当 $c=2\text{ mm}$ 时的能带结构和特殊点的本征位移场,如图 9 所示。从图中可以观察到,新产生的带隙位于第三能带与第四能带之间。对比图 9 和图 3 的能带图及特殊点本征位移场可以发现,图 3 中的第四能带 C 点的振型与图 9 中第三能带 K 点的振型一致,且位置基本不变。这是由于此时的振型是连接块和环形结构作为

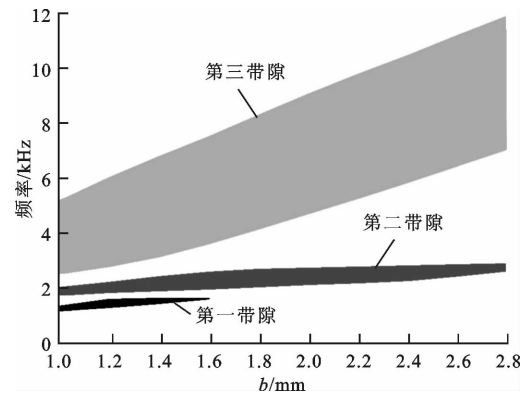


图 6 正八边形边的厚度对带隙的影响

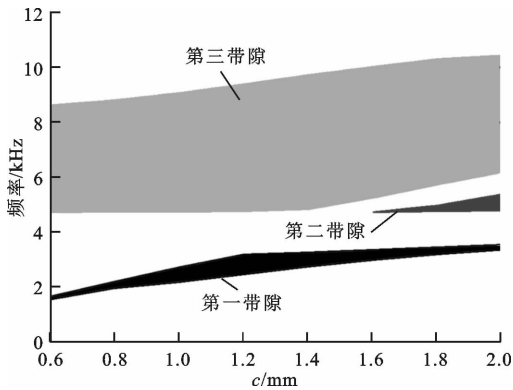
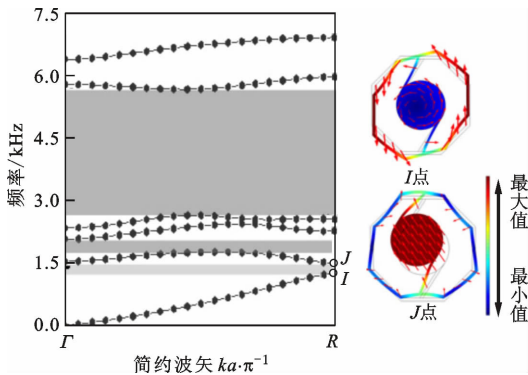
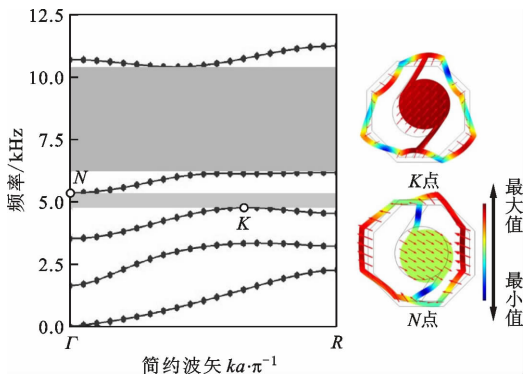


图 8 连接块宽度对带隙的影响



(a)能带结构 (b)特殊点本征位移场

图 7 $b=1.2\text{ mm}$ 时外部八边形能带结构和特殊点本征位移场



(a)能带结构 (b)特殊点本征位移场

图 9 $c=2\text{ mm}$ 时外部八边形能带结构和特殊点本征位移场

一个整体随着外部八边形的振动而振动,连接块宽度的变化对振型影响较小。

图3中第三能带的 B 点的振型与图9中第四能带 N 点的振型一致,但是 N 点所在的能带相对于 B 点所在的能带其位置向高频有大幅度上升,从而将原来的一个带隙分离为两个。这是因为 B 点和 N 点的振型由内部环形结构的局域振动所产生,当连接块宽度增大时,局域共振结构的等效刚度随之增加,使得其能带有较大的提升。

4 结 论

本文基于弹性超材料理论提出了一种新型环状谐振径向弹性超材料结构,并研究了其能带结构以及带隙特性。研究结果表明:提出的新型环状谐振径向弹性超材料结构,在整体结构的材料为单一45钢的情况下具有较好的低频带隙特性;第一带隙的产生是由于在八边形内部引入了等效质量弹簧系统,其与八边形自身的局域振动的振动模式分开了原始的能带图,形成了第一带隙。通过分析单一的八边形结构,发现第二带隙是由于八边形自身的振型形成,同时由于在八边形内部加入了质量较大的环形结构,使得结构的等效质量增加,进而使得带隙降低并拓宽。

通过改变结构的参数可以发现:当仅改变内部环形结构的半径时,随着半径的增大,虽然内部结构的等效质量增加,但是其连接块长度变小使得等效弹簧的刚度增大,故第一带隙变化较小,而由于内部结构的等效质量增加,使第二带隙整体向低频移动并且带隙逐渐变宽;当仅改变八边形厚度时,随着厚度的增加,由于八边形自身的刚度增加,第一带隙闭合,同时第三带隙迅速向高频移动;当仅改变连接块宽度时,由于宽度的增加,等效刚度增加,第一带隙上移,同时 N 点所在的能带相对于 B 点所在的能带其位置向高频大幅度上升,从而将原来的一个带隙分离为两个。本文提出的径向弹性超材料轮盘结构可为径向弹性超材料带隙的低频特性研究提供理论基础,在盘类结构的低频减振方面有潜在的应用前景。

参考文献:

- [1] SIGALAS M M, ECONOMOU E N. Elastic and acoustic wave band structure [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 158(2): 377-382.
- [2] 温熙森, 温激泓, 郁殿龙. 声子晶体 [M]. 北京: 国防

工业出版社, 2009: 1-9.

- [3] KUSHWAHA M S, HALEVI P, DOBRZYNSKI L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(13): 2022-2025.
- [4] MARTÍNEZ-SALA R, SANCHO J, SÁNCHEZ J V, et al. Sound attenuation by sculpture [J]. *Nature*, 1995, 378(16): 241.
- [5] SAINIDOU R, STEFANOU N, PSAROBAS I E, et al. Scattering of elastic waves by a periodic monolayer of spheres [J]. *Physical Review: B*, 2002, 66(2): 024303.
- [6] GOFFAUX C, MASERI F, VASSEUR J O, et al. Measurements and calculations of the sound attenuation by a phononic band gap structure suitable for an insulating partition application [J]. *Applied Physics Letters*, 2003, 83(2): 281-283.
- [7] LIU Z, ZHANG X, MAO Y, et al. Locally resonant sonic materials [J]. *Science*, 2000, 62(4): 1734-1736.
- [8] SHI Jinjie, LIU Chenkai, LAI Yun. Controlling the effective bending stiffness via out-of-plane rotational resonances in elastic metamaterial thin plates [J]. *New Journal of Physics*, 2018, 20(10): 103043.
- [9] YEH J Y, CHEN L W. Wave propagations of a periodic sandwich beam by FEM and the transfer matrix method [J]. *Composite Structures*, 2006, 73(1): 53-60.
- [10] 李锁斌, 窦益华, 陈天宁, 等. 声子晶体板中低频宽禁带的形成机理 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(12): 159-166.
- LI Suobin, DOU Yihua, CHEN Tianning, et al. Forming mechanisms of low-frequency broad band gaps in locally resonant phononic crystal plates [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(12): 159-166.
- [11] HIRSEKORN M, DELSANTO P P, LEUNG A C, et al. Elastic wave propagation in locally resonant sonic material: Comparison between local interaction simulation approach and modal analysis [J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99(12): 124912.
- [12] HUSSEIN M, LEAMY M J, RUZZENE M. Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2014, 66(4): 040802.
- [13] MA Guancong, SHENG Ping. Acoustic metamaterials: from local resonances to broad horizons [J]. *Science Advances*, 2016, 2(2): e1501595.
- [14] BOUVET P, VINCENT N, COBLENZ A, et al.

- Rolling noise from freight railway traffic: reduction of wheel radiation by means of tuned absorbers [C]//The 29th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering, 2000. [2020-03-20]. <http://confs.loa.espci.fr/IN2000/000727/000727.pdf>.
- [15] BOUVET P, VINCENT N, COBLENTZ A, et al. Optimization of resilient wheels for rolling noise control [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 231(3): 765-777.
- [16] TORRENT D, SÁNCHEZ-DEHESA J. Radial wave crystals: radially periodic structures from anisotropic metamaterials for engineering acoustic or electromagnetic waves [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(6): 064301.
- [17] TORRENT D, SÁNCHEZ-DEHESA J. Acoustic resonances in two-dimensional radial sonic crystal shells [J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(7): 073034.
- [18] ZHU Xuefeng, LIANG Bin, KAN Weiwei, et al. Acoustic cloaking by a superlens with single-negative materials [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(1): 014301.
- [19] BADREDDINE ASSOUAR M, OUDICH M. Enlargement of a locally resonant sonic band gap by using double-sides stubbed phononic plates [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 100(12): 123506.
- [20] XU Zhenlong, WU Fugen, GUO Zhongning. Low frequency phononic band structures in two-dimensional arc-shaped phononic crystals [J]. *Physics Letters: A*, 2012, 376(33): 2256-2263.
- [21] SHU Haisheng, ZHAO Lei, SHI Xiaona, et al. Torsional wave propagation in a circular plate of piezoelectric radial phononic crystals [J]. *Journal of Applied Physics*, 2015, 118(18): 184904.
- [22] MA Ting, CHEN Tianning, WANG Xiaopeng, et al. Band structures of bilayer radial phononic crystal plate with crystal gliding [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 116(10): 104505.
- [23] LI Yinggang, CHEN Tianning, WANG Xiaopeng, et al. Propagation of Lamb waves in one-dimensional radial phononic crystal plates with periodic corrugations [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 115(5): 054907.
- [24] SHI Xiaona, SHU Haisheng, ZHU Jie, et al. Research on wave bandgaps in a circular plate of radial phononic crystal [J]. *International Journal of Modern Physics: B*, 2016, 30(23): 1650162.
- [25] AN Shuowei, SHU Haisheng, LIANG Shanjun, et al. Band gap characteristics of radial wave in a two-dimensional cylindrical shell with radial and circumferential periodicities [J]. *AIP Advances*, 2018, 8(3): 035110.
- [26] GAO Nansha, HOU Hong, WU Jiuhui, et al. Low frequency band gaps below 10 Hz in radial flexible elastic metamaterial plate [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2016, 49(43): 435501.
- [27] LI Yinggang, ZHOU Qingwen, ZHU Ling, et al. Hybrid radial plate-type elastic metamaterials for lowering and widening acoustic bandgaps [J]. *International Journal of Modern Physics: B*, 2018, 32(26): 1850286.

[本刊相关文献链接]

- 冀婷,王英奎,张恒康,等.空穴传输材料在钙钛矿太阳能电池中的应用.2020,54(10):63-76.[doi:10.7652/xjtuxb202010008]
- 陈翔,双龙龙,孙冬全,等.悬置非接触式低无源互调波导法兰转换方法.2020,54(5):117-123.[doi:10.7652/xjtuxb202005016]
- 李锁斌,窦益华,陈天宁,等.局域共振型周期结构振动带隙形成机理.2019,53(6):169-175.[doi:10.7652/xjtuxb201906022]
- 陈阳,张瑞智,金锴,等.采用电荷平衡模数转换器的高精度CMOS温度传感器.2018,52(10):124-131.[doi:10.7652/xjtuxb201810017]
- 王玉伟,张鸿,张瑞智.一种超低功耗的低电压全金属氧化物半导体基准电压源.2017,51(8):47-52.[doi:10.7652/xjtuxb201708008]
- 包凯,陈天宁,王小鹏,等.嵌套型开缝圆管声子晶体的带隙影响因素研究.2016,50(4):124-130.[doi:10.7652/xjtuxb201604019]
- 张思文,吴九汇,刘彰宜.黏弹阻尼对一维杆状声子晶体能带结构频移的影响.2014,48(3):22-27.[doi:10.7652/xjtuxb201403005]
- 路宏敏,余志勇,谭康伯,等.抑制同步开关噪声的新颖电磁带隙结构.2012,46(6):17-22.[doi:10.7652/xjtuxb201206004]
- 夏玉静,管自生,贺涛.Co掺杂ZnO纳米粉体的结构和光学性能.2011,45(7):65-69.[doi:10.7652/xjtuxb201107013]
- 周朝晖,郭烈锦.Cd_{1-x}Zn_xS能带第一性原理计算.2008,42(2):248-251.[doi:10.7652/xjtuxb200802027]
- 李明涛,苏进展,周朝晖,等.ZnIn₂S₄薄膜喷雾热分解制备及其光电化学性质.2008,42(1):106-109.[doi:10.7652/xjtuxb200801024]

(编辑 荆树蓉)